

Brake 점성 이론으로 계산한 헬륨의 점성도

金元洙^{†*} · 金眞永 · 崔東植

고려대학교 이과대학 화학과

[†]홍익대학교 금속공학과

(1991. 1. 7 접수)

Viscosity of Helium Calculated by Using the Brake Theory of Viscosity

Won-Soo Kim^{†*}, Jin-Young Kim, and Tong-Seek Chair

Department of Chemistry, Korea University, Seoul 136-701, Korea

[†]Department of Metallurgical Engineering, Hong Ik University, Jochiwon 339-800, Korea

(Received January 7, 1991)

요 약. 액체 헬륨은 열역학적 성질이나 운반성질에서 특이한 현상을 나타내기 때문에 그 성질의 연구는 흥미있는 관심사였다. 특히 액체 헬륨의 점성도는 ${}^4\text{He}$ 가 ${}^3\text{He}$ 의 경우와 매우 틀리고 λ 점 이하에서 초유체성을 나타내는 등 일반 액체 점성과는 판이하게 다르다. 저자에 의해 제시된 Brake 이론이라 불리는 점성이론을 헬륨에 적용하여 타당성 여부를 조사하였다. 파라미터 고체부피(V_s)를 조정하므로 액체 ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ 와 함께 기체 및 dense gas를 동시에 적용하여 계산하였고, 계산결과는 실험값과 잘 일치했다.

ABSTRACT. Liquid helium is an exciting subject for the study of thermodynamic and transport properties because of its remarkable properties. The viscosity of liquid helium exhibits the abnormal behavior compared to other ordinary liquid. Below the λ point liquid ${}^4\text{He}$ becomes superfluid, and it is obviously quite a different phenomenon from the change of liquid ${}^3\text{He}$. The brake theory of viscosity proposed by authors is successfully applied to liquid ${}^3\text{He}$, liquid ${}^4\text{He}$, dense gas and ${}^4\text{He}$ with adjustable parameter V_s . The calculation results are satisfactory compared with the observed values.

서 론

${}^4\text{He}$ 와 ${}^3\text{He}$ 의 두 형태의 동위원소를 가지는 헬륨은 기체상태에서와는 달리 액체상태에는 매우 특이한 성질을 나타내고 있다. 헬륨 원자는 구형이며, 대칭이고 다른 어떤 원소보다도 크기가 작다. 액체 상태에서의 결합력이란 Van der Waals 인력뿐으로서 매우 약하기 때문에 물질중에서 가장 낮은 끓는점과 임계점을 가지고 있다. 이들에 대해서 약간의 차이는 있어도 ${}^3\text{He}$ 와 ${}^4\text{He}$ 는 어느 정도 상관관계를 나타내고 있지만 액체 비열과 같은 열역학적 성질이나 점성 같은 운반성질에 있어서 매우 특이한 특징을 나타내고 있다. 특히 액체 헬륨의 점성도는 ${}^3\text{He}$ 의 경우 일반 액체와 같이 온도증가에 따라 감소 현상을 나타내는데 반해서 ${}^4\text{He}$ 는 OK의 낮은 온도 근처에서는 점성이 거의 없는 초유체성을 나타내다가 온

도가 증가함에 따라 점성이 증가하는 특이한 현상을 나타내고 있다. 이처럼 액체 ${}^3\text{He}$ 의 성질이 판이하게 다른 이유로는 액체 ${}^4\text{He}$ 는 Bose-Einstein 통계를 ${}^3\text{He}$ 는 Fermi-Dirac 통계를 따르기 때문으로 설명되고 있는데 이러한 Quantum liquid 헬륨의 성질을 가장 보편적으로 설명한다는 Landau와 Feynman 이론은 절대 0도 부근에서만 잘 맞을 뿐 아직 전 온도 영역에서 액체 헬륨 상태를 기술하는 타당한 이론은 아직 나타나지 않고 있다. 점성도에 대해서 Taylor와 Dash²가 액체 ${}^3\text{He}$ 의 점성도를 gas kinetic model을 이용하며 설명한 바 있고 액체 헬륨의 점성도를 ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ 로 나누어 부분적으로 계산된 바^{3,4} 있어도 액체 헬륨의 점성을 동시에 설명하고 계산된 적이 없었다.

본 연구에서는 일찌기 유체의 점성을 잘 설명하고

계산하였으며, 점성의 특이한 현상을 설명한 Brake 점성이론⁵을 가지고 액체 및 기체의 헬륨을 한식으로 계산하여 그 결과를 검토하고자 한다.

이 론

유체의 점성을 잘 설명하는 Brake 이론을 다음과 같이 알기 쉽게 표현할 수 있다. 점성 η 는 유체에 가해지는 shear stress σ 를 그로 인해 발생한 shear rate를 \dot{S} 라할 때 다음과 같이 표현된다.

$$\eta = \sigma / \dot{S} \quad (1)$$

이처럼 표현되는 점성은 shear stress에 대한 저항이라는 뜻으로 이해될 수 있는데 이 저항효과는 두 가지 기여에 의해 결정될 수 있다. 즉 점성 η 은 유체내의 분자들의 kinetic motion에 의한 기여 η_k 와 분자상환의 인력에 의한 기여 η_i 와의 합이라 하면,

$$\eta = \eta_k + \eta_i \quad (2)$$

로 표현된다. η_k 와 η_i 는 각각 kinetic pressure와 internal pressure에 관계되는 항이므로 이들을 정리 하면 유체의 점성도는 다음과 같이 나타낼 수 있다⁵.

$$\eta = \frac{(\rho\beta_T/\gamma)^{1/2}}{\pi d^2\eta_{ph}} \times (2T\alpha_p/\beta_T - P) \quad (3)$$

여기서 α_p 는 등압열팽창계수, β_T 는 등온압축률, ρ 는 유체의 밀도, γ 는 일정압력하의 열용량 C_p 를 일정 부피하의 열용량으로 나눈 값, d 는 충돌분자의 직경이고 η_{ph} 는 phonon의 수 밀도이다. (2)식에서 분자간 인력에 의한 기여 η_i 가 거의 없는 경우에는 (2)식은 자연스럽게 Maxwell의 기체 점성도식과 다음과 같은 유사한 관계를 갖는다.

$$\eta = r^{1/2}\eta_{max} \quad (4)$$

여기서 η_{max} 는 Maxwell의 기체 점성도식에 해당한다. (3)식에서 첫항은 collision time에 해당하고, 둘째항은 kinetic pressure와 internal pressure를 합한 absolute pressure에 해당되며, 따라서 유체의 점성은 유체분자간의 충돌시간에 유체분자의 절대 압력을 곱한 셈이 된다.

이것은 자동차 brake의 제동력이 실린더의 유압과

바퀴접촉 시간에 동시에 비례하는 것과 유사하므로 점성에 관한 Brake model이라고 하면 이해하기 쉽다. (3)식에서 점성은 각종 열역학적인 성질로 표현되어 있으므로 η_{ph} 를 $\frac{N}{V} \times \frac{\text{자유부피}}{V}$ 로 놓으면 헬륨의 액체 및 기체의 점성을 계산할 수 있다. 여기서 N 은 아보가드로의 수, V_s 는 고체상태의 부피라 할 때 자유부피는 $V - V_s$ 가 된다.

계산 및 고찰

액체 헬륨의 점성도를 구하기 위하여는 (3)식에 α_p , β_T 의 열역학적 성질을 대입하고 그 실험값을 잘 알 수 없는 d 나 V_s 값을 정해 주어야 한다. d 값은 Sutherland⁶가 사용한 것 같은 근사식을 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$d = d^0(1 + A/T)^{1/2} \quad (5)$$

여기서 d^0 는 온도가 무한대일 때의 d 로 Lennard-Jones potential에서의 parameter값에 해당되는 2.55 Å이며, A 는 물질에 따라 다소 달라지는 상수로서 여기서 ³He는 17.5 K ⁴He는 28 K를 취했다. γ 를 구하기 위하여 C_p 와 C_v 의 값은 다음과 같은 기존의 실험식⁷을 이용하였다.

$$C_p = C_s[1 - A(1 + B)] \quad (6)$$

$$C_v = C_s[1 - A(1 + 1/B)] \quad (7)$$

여기서 C_s 는 포화증기압하에서의 열용량의 실험값이고 A 와 B 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$A = \alpha_{sat} VT(dp/dT)_{sat}/C_s \quad (8)$$

$$B = V(dp/dT)_{sat}/(MU^2\alpha_{sat}) \quad (9)$$

여기서 M 은 분자량, U 는 음파속도로서 다음과 같은 실험식⁸을 이용하여 구했다.

$$U(\text{m/sec}) = 183.9 - 5.980 T^2 - 0.1300 T^3 - 0.001760 T^6 \quad (10)$$

(8), (9)식에서 α_{sat} , $(dp/dT)_{sat}$, C_s 의 실험값을 알면, (6), (7)식을 이용하여 γ 의 계산이 가능하며 또

$$\beta_T = \gamma/\rho U^2 \quad (12)$$

이므로 γ 값과 (10)식을 통해 β_T 값을 얻을 수 있다.

또

$$\alpha_p = \alpha_{sat} + \beta_T(dp/dT)_{sat} \quad (13)$$

이므로 α_p 의 계산도 가능하다.

V_s 는 ${}^4\text{He}$ 의 경우는 26.70 cm^3 로 취하였으나, 질량이 작은 ${}^3\text{He}$ 의 경우에 V_s 는 온도에 따라 쉽게 변화하며 또 0.5 K 에서 액체의 몰부피가 최소가 되어 그 전후의 온도로 값이 달라지므로 V_s 도 다음과 같은 형태의 실험식으로 표현이 가능하다.

$$V_s = V_s^\circ + \alpha' \left| 1 - \frac{T}{0.5} \right|^n \quad (14)$$

여기서 α' 와 n' 는 0.5 K 전후로 달라지는 값이며, 계산을 위하여 0.5 K 이하에서는 각각 0.2550 cm^3 , 2.268 , 0.5 K 이상에서는 $2.1 \times 10^{-4} \text{ cm}^3$, 5.100 을 그리고 V_s° 는 37.71 cm^3 를 취했다. 따라서 이상에서 계산된 α_p , β_T , γ 그리고 V_s , d 를 각각 (3)식에 대입하면 점성도를 계산할 수 있으며, ${}^4\text{He}$ 의 경우 그 값을 Table 1에 표시하였다. 계산된 점성도와 실험값을 비교하여 Fig. 1에 나타냈다. 마찬가지로 방법으로 액체 ${}^3\text{He}$ 에 적용하여 계산값을 Table 2에 표시하였으며, 점성의 실험값과 비교하여 Fig. 2에 나타내었다.

Table 1. Calculated viscosity of liquid ${}^4\text{He}$ under its saturated vapor pressure

T K	V_s^a $\text{cm}^3 \text{ mol}^{-1}$	$10^3 \alpha p^b$ K^{-1}	$10^4 \times p^b$ cmHg	$10^2 \times C_p^c$ kJ/kg·k·mol	$10^2 \times C_p^c$ kJ/kg·k/mol	η_{calc} μp
0.5	27.58	0.134	0.01634	0.2375	0.2375	4.362×10^{-3}
0.6	27.58	0.227	0.2812	0.4429	0.4430	1.093×10^{-2}
0.7	27.58	0.343	2.279	0.9173	0.9176	2.068×10^{-2}
0.8	27.58	0.461	11.45	2.106	2.106	3.506×10^{-2}
0.9	27.58	0.514	41.58	4.760	4.761	4.990×10^{-2}
1.0	27.59	0.465	120.0	10.50	10.51	6.944×10^{-2}
1.1	27.59	0.261	292.2	17.82	19.82	7.697×10^{-2}
1.2	27.59	-0.137	625.0	33.52	33.52	9.095×10^{-2}
1.3	27.59	-0.754	1209	52.64	52.65	0.2063
1.4	28.58	-1.61	2155	80.92	80.94	0.4467
1.5	27.58	-2.72	3599	113.3	113.4	0.9054
1.6	27.57	-4.03	5690	155.1	155.2	1.491
1.7	27.55	-5.71	8590	218.7	218.7	2.487
1.8	27.54	-7.59	12470	292.8	293.2	3.621
1.9	27.52	-9.98	17480	386.1	386.9	5.391
2.0	27.48	-13.2	23770	519.0	520.4	7.990
2.1	27.44	-18.4	31430	664.3	667.7	14.32
2.2	27.39	11.71	40470	310.0	316.0	21.22
2.3	27.45	27.00	51010	246.0	256.0	26.68
2.4	27.53	32.30	63300	210.0	225.0	30.90
2.5	27.63	36.90	77490	193.0	213.0	33.52
2.6	27.34	42.00	93730	185.0	210.0	35.06
2.8	28.00	52.80	133300	185.0	222.0	36.99
3.0	28.33	64.60	182100	192.0	242.0	37.23
3.2	28.73	76.90	242300	200.0	267.0	37.15
3.4	29.21	89.10	314700	207.0	295.0	36.78
3.6	26.77	100.9	400500	214.0	328.0	36.34
3.8	30.42	112.7	500700	221.0	368.0	35.98
4.0	31.14	124.6	616500	228.0	419.0	35.81
4.2	31.97	137.3	749300	230.0	488.0	35.86
4.4	32.90	151.0	900300	244.0	586.0	26.11

^aref. 10, ^bref. 11, ^cref. 12, ref. 13.

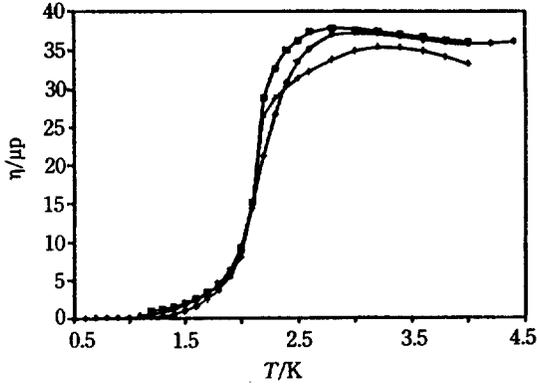


Fig. 1. Viscosity of liquid ⁴He versus temperature (□ : Taylor and Dash¹⁹, + : Welber²¹, ◇ : Calculated).

기체 헬륨의 점성을 계산하려면 α_p , β_T 값을 얻기 위한 기체의 상태 방정식이 필요하다. 실제기체 및 dense gas 영역에서 적용되는 상태방정식은 다음과 같이 표현된다⁹

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^n} \quad (15)$$

여기서 a , b 는 각각 van der Waals의 상수와 같은 뜻을 지니며 n 은 분자간의 인력을 나타내는 상수로서 임계점의 경계조건을 적용하면 그 값은 자동적으로 결정된다⁹. 따라서 (7)식은 임계점 근처에서 잘 맞는 상태 방정식임을 쉽게 알 수 있으며, 이

Table 2. Calculated viscosity of liquid ³He under its saturated vapor pressure

T K	V^s $\text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$	$10^3 \alpha_{sat}^a$ K^{-1}	p^b mmHg	dp/dt^b mmHgk^{-1}	C_{sat}^c $\text{calmol}^{-1} \text{k}^{-1}$	γ^c	η_{calc} μp
0.3	36.7451	-8.58	0.001877	0.066	0.714	1.000	75.20
0.4	36.7203	-4.73	0.02811	0.592	0.757	1.000	57.80
0.5	36.7113	-0.09	0.1592	2.283	0.793	1.000	47.00
0.6	36.7197	4.60	0.5445	5.756	0.823	1.000	37.42
0.7	36.74	8.94	1.382	11.36	110.867	1.000	28.76
0.8	36.78	12.89	2.892	19.23	0.919	1.003	22.58
0.9	36.84	16.6	5.304	29.38	0.971	1.006	19.65
1.0	36.91	20.37	8.842	41.75	1.026	1.011	19.15
1.1	36.99	24.53	13.73	56.26	1.085	1.018	19.91
1.2	37.09	29.37	20.16	72.84	1.149	1.027	20.71
1.3	37.21	35.07	28.36	91.44	1.216	1.039	21.77
1.4	37.35	41.55	38.52	11.20	1.288	1.654	22.99
1.5	37.52	48.46	50.82	134.4	1.366	1.073	23.86
1.6	37.72	55.65	65.47	158.8	1.449	1.097	24.48
1.7	37.93	65.60	82.64	184.9	1.538	1.128	76.15
1.8	38.20	75.10	102.5	212.9	1.633	1.166	26.54
1.9	38.51	84.69	125.3	242.7	1.735	1.210	26.83
2.0	38.85	94.57	151.1	274.2	1.843	1.263	26.95
2.1	39.24	104.8	180.2	307.5	1.960	1.325	26.84
2.2	39.58	116.8	212.7	342.6	2.083	1.390	26.81
2.3	40.17	130.5	248.8	279.4	2.215	1.493	26.73
2.4	40.73	146.9	288.6	418.0	2.356	1.601	26.73
2.5	41.38	167.1	332.4	458.5	2.505	1.739	26.66
2.6	42.12	191.9	380.4	501.0	2.663	1.921	26.51
2.7	43.00	222.3	432.7	545.5	2.830	2.170	26.07
2.8	44.05	259.3	489.5	592.2	3.020	2.560	25.05
2.9	45.30	303.5	551.2	641.3	3.220	3.250	23.29
3.0	46.82	355.2	617.9	693.2	3.430	4.920	20.33

^aref. 14, ^bref. 15, ^cref. 15, ref. 17.

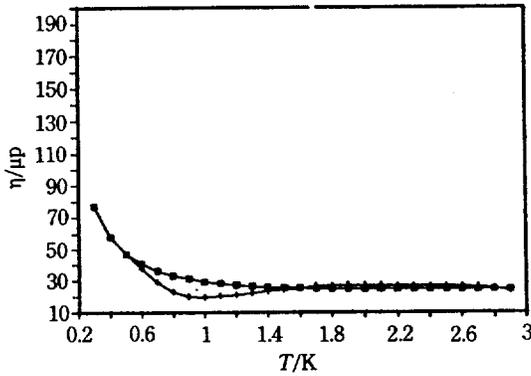


Fig. 2. Viscosity of liquid ³He versus temperature (□ : Observed²⁰, + : Calculated).

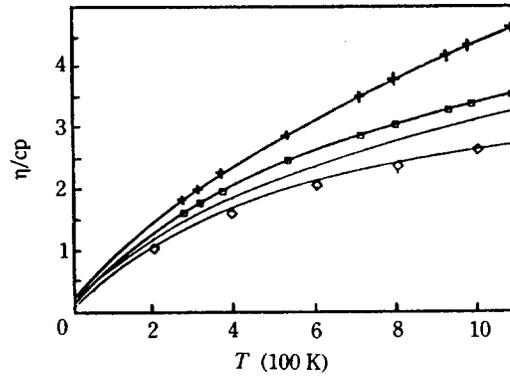


Fig. 3. Viscosity of gas ⁴He at one atmosphere versus temperature (+ : Observed¹⁸, ◇ : Calculated by Maxwell eqn., □ : Calculated, Solid line; calculated value of gas ³He).

Table 3. Comparison of viscosity of gas ⁴He at the pressure of one atmosphere

T K	η _{calc.} μp	η _{max} μp	η _{obs} ^a μp
15.75	17.50	8.01	27
20.55	23.08	10.74	35
81.55	77.80	37.46	87.1
273	172.0	83.32	186.0
293	179.3	86.86	194.1
373	206.0	99.84	228.1
473	235.3	114.1	267.2
523	448.7	120.6	285.3
555	256.9	124.6	299.2
580	263.1	127.6	343.6
759	304.2	147.6	370.6
879	328.9	159.6	408.7
949	342.5	166.2	430.3
1090	368.3	178.7	471.3

^aref. 18.

Table 4. The pressure dependence of the viscosity of gas ⁴He near the critical point

T K	η _{calc} /μp				
	1 pa	2 pa	3 pa	5 pa	10 pa
6	6.896	9.627	15.53	40.78	84.25
10	10.96	12.27	13.70	17.12	28.42
15	16.68	17.67	18.67	20.76	26.77
20	22.44	23.27	24.11	25.80	30.36
25	28.03	28.28	29.52	31.01	34.89

변화의 모양을 나타내었다.

논 의

상태방정식에서 얻은 α_p, β_r값으로 이 영역의 점성을 계산할 수 있다. 압력이 낮은 상태에서는 van der Waals의 상태식을 적용할 수 있다. γ값으로 5/3을 택하고 d값과 V_s값은 액체에서 사용한 것과 동일한 값을 사용하여 기체의 점성도를 계산하였다. 1기압 이하의 기체의 점성은 압력이 다소 변화하더라도 그 값이 변치 않으며, 이 상태의 ³He, ⁴He 기체의 점성을 계산하여 Table 3에 표시하였으며, ⁴He의 경우는 실험값 및 Maxwell의 식의 계산값과 각각 비교하면서 Fig. 3에 표시하였다. 압력이 변화하면서 이에 따른 점성을 계산하여 Table 4에 실고 Fig. 4에 그

Table 1에 표시된 액체 ⁴He의 점성은 Fig. 1에 표시된 것과 같이 실험값과 잘 일치하고 있다. (3)식을 통해서 점성도는 일반액체의 경우는 adjustable parameter 없이도 점성의 계산이 가능하였으나, 액체 ⁴He의 경우는 V_s값을 실험값과 다소 다르게, A값은 다른 물질보다는 큰 값으로 사용하였다. V_s값이 실험값과 다르게 사용할 수 있는 이유는 고체 헬륨의 경우는 작은 분자간의 인력과 큰 영점에너지로 인해 매우 큰 부피를 가지며, 압력 변화에 의해서만 30%까지 그 부피를 변화시킬 수 있는 특이한 현상이 나타나기 때문이다. A값이 다른 물질의 경우에 끓는점의 1.8배 이었지만 그 보다 큰 이유도 역시 V_s가 온도 및 압력 변화에 민감하기 때문이다. 왜냐하면 Sutherland가 사용한 (5)식에서 충돌직경 d는 충돌

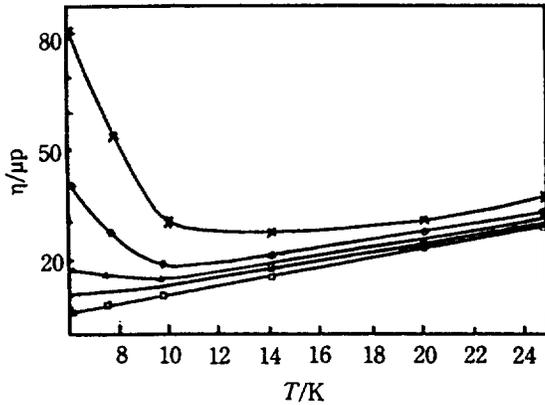


Fig. 4. Viscosity of gas ${}^4\text{He}$ versus pressure near the critical point (\square : 1.0×10^5 Pa, $+$: 2.0×10^5 Pa, \triangle : 3.0×10^5 Pa, \diamond : 5.0×10^5 Pa, \times : 10.0×10^5 Pa).

변화에 민감할수록 A 값이 커지기 때문이다. 이처럼 V_s 및 A 에 새로운 값을 주어 점성을 계산한 결과 액체상태에서 실험값과 잘 일치하였을 뿐 아니라 전혀 새로운 parameter의 도입없이도 Fig. 3처럼 기체상태에서도 실험값과 잘 일치하고 있다. (3)식으로 표현된 Brake 이론에서 액체의 점성은 자유부피($=V-V_s$)가 작은 경우에 자유부피에 민감하게 영향을 받음을 알 수 있다. 낮은 온도에서는 자유부피가 작아지며 더욱 1 K 전후의 낮은 온도에서 점성은 거의 0에 가까우므로 V_s 값을 꼭 온도의 함수로 놓지 않고 상수로 표현하여도 별 영향이 없지만 1 K 근처의 낮은 온도에서도 점성의 크기가 제법 큰 액체 ${}^3\text{He}$ 의 경우는 계산값에 큰 영향을 주는 자유부피의 정확한 값을 얻기 위해서도 V_s 를 온도의 함수로 표현하는 것이 당연하다. 이와 같이 얻어진 V_s 로 계산된 액체 ${}^3\text{He}$ 의 점성은 Fig. 2와 같이 실험값과 잘 일치하였는데 똑 같은 parameter를 사용하여 계산한 기체의 점성은 Fig. 3에 나타난 것처럼 실험치가 없어서 비교할 수 없었다. Fig. 4의 압력에 따르는 점성의 계산치는 실험값이 없어서 비교하지 못하지만 일반기체와 그 변화 경향이 유사하며, 실험학자의 실험을 촉구하고자 한다.

이처럼 Brake 점성이론에서 사용되는 파라미터인 V_s 와 d 둘 중에서 온도압력에 민감한 영향을 받는 V_s 와 A 값만을 정해줌으로서 액체, 기체 전영역에서의 헬륨의 점성도를 성공적으로 계산이 가능하였다.

지금까지 일반액체에만 적용되었던 점성이론이 특수한 파라미터의 도입이 없이도 헬륨에 적용될 수도 있다는 점에서 새로운 의미를 부여할 수 있을 것 같다. Quantum liquid라고 불리는 액체 헬륨의 점성은 ${}^3\text{He}$ 과 ${}^4\text{He}$ 의 경우 온도에 따르는 변화모양이 매우 다르다는 점에서 그 원인을 양자론의 관점에서 설명되고 있으나, 열역학적 양으로만 이루어진 점성도 식에 의해서도 계산이 가능함을 알 수 있었다. 이것은 양자역학이 적용되는 미시적인 계에서도 열역학적 관계식은 엄밀히 성립하기 때문에 가능한 일이라 생각된다.

본 연구는 교육부 기초과학술연구(BSRI 92-324) 조성비에 의해 수행된 것으로 깊은 감사를 드립니다.

인 용 문 헌

1. K. Huang, "Statistical Mechanics", John Wiley and Sons, N.Y (1963).
2. J. Dash and R. Taylor, *Phys. Rev.*, **105**, 7 (1957)
3. R. Ryoo, M. S. John and H. Eyring, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **77**, 18 (1980)
4. R. Ryoo, M. S. John and H. Eyring, *ibid*, **77**, 4399 (1980)
5. W. Kim, T. S. Chair and H. Pak, *Bull. Korean Chem. Soc.*, **10**, 372 (1989)
6. J. Moor Walter, "Physical Chemistry", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 157 (1972)
7. R. H. Sherman et al., *Ann. Phys. Rev.*, **113**, 417 (1959)
8. H. L. Laquer et al., *Phys. Rev.*, **113**, 417 (1959)
9. S. H. Kim, W. Kim, and T. S. Chair, *J. Korean Chem. Soc.*, **35**, 487 (1991)
10. E. C. Kerr and R. D. Taylor, *Ann. Phys.*, **26**, 292 (1964)
11. H. Van Dijk and M. Durieux, *Physica*, **24**, 920 (1958)
12. J. S. Brooks and R. J. Dornelly, *Phys. Chem. Ref. Data*, **6**, 51 (1977)
13. R.D. Mccarty, *ibid*, **2**, 923 (1973)
14. E.C. Kerr, and R. D. Taylor, *Ann. Phys.*, **20**, 450 (1962)
15. R. H. Sherman et al., *J. Res. NBS*, **68A**, 57 (1964)

16. D. F. Brewere et al., *Phys. Rev.*, **115**, 836 (1959)
17. R. H. Sherman et al., *Ann. Phys.*, **9**, 522 (1960)
18. "CRC Handbook of Chemistry and Physics", 67th Ed., Weast, R. C. et al., CRC Press, Inc. Boca Raton, Florida, (1986)
19. J. G. Dash and R. D. Taylor, *Phys. Rev.*, **105**, 7 (1957)
20. D. S. Betts et al., *Phil. Mag.*, **8**, 977 (1953)
21. B. Welber, *Phys. Rev.*, **119**, 1816 (1960)